TITLE:

同変双対性定理と群$J_G(*)$ (同変ホモトピー論)

AUTHOR(S):

川久保, 勝夫

CITATION:

川久保, 勝夫. 同変双対性定理と群$J_G(*)$ (同変ホモトピー論). 数理解析研究所講究録 1978, 319: 65-69

ISSUE DATE:

1978-02

URL:

http://hdl.handle.net/2433/103990

RIGHT:

京都大学学術情報リポジトリ KURENAI 紅 Kyoto University Research Information Repository

数理解析研究所講究録
319巻 1978年 65-69

同変双対性定理と群 $J_G(*)$

大阪大理　川久保勝夫

§1. 同変双対性定理.

定義1. G：位相群, X, Y：G-space. それぞれの不動点集合 X^G, Y^G に reference points x_0, y_0 が定められているとする。その時 X と Y が同じ同変 S 型であるとは, 2つの表現空間 V, W が存在して $S(V \oplus \mathbb{R}) \wedge X$ と $S(W \oplus \mathbb{R}) \wedge Y$ が同じ G-ホモトピー型をもつ時に言う。ここで $S(\cdots)$ は単位球面, $\mathbb{R}$ は1次元実ベクトル空間で G の作用は自明なものとする。

定義2. X：compact G-space. V：G-表現空間で $S(V) \supset X$ の時, $S(V \oplus \mathbb{R}) - X$ を X の equivariant dual という。

定義3. $X^\#$ が X の equivariant S-dual である

とは $X^{\#}$ と X の equivariant dual が同じ同変 S 型をもつ時に言う。

同変ホモトピー論的見地での同変 S 型の考察は村山氏に譲り，ここでは次の Atiyah の定理の同変化を報告する。

定理4. X : compact G-manifold with boundary Y. V : G-表現空間, $X \subset V$: G-embedding. ν をその normal bundle. その時 $T(\nu)$ は X/Y の equivariant S-dual である。こゝに $T(\nu)$ は ν の Thom complex を表わす。

定理5. X : closed G-manifold. $\xi \longrightarrow X$: G-vector bundle. $\nu \longrightarrow X$: G-vector bundle で $\nu \oplus \tau(X) \oplus \xi$: trivial とする。但し $\tau(X)$ は X の tangent bundle を示す。その時 $T(\nu)$ は $T(\xi)$ の equivariant S-dual である。

（証明の idea） Atiyah の Thom complex における証明のほんの一部はホモトピー論的にやっていて equivariant に平行にゆかないので そこを explicit

に equivariant deformation retract や equivariant homotopy equivalence の写像を作って証明します。

§2. 群 $J_G(*)$ の決定.

類似の群 $J.O(G)$ が Atiyah - Tall により定義され Snaith, Lee - Wasserman 等により研究されているが，彼等の定義は Adams operation で引っかかるように定義されており幾何学的見地からは余り いさぎよいと言えない。我々は次のように定義する。

定義 6. G：コンパクト位相群，V, W：G-表現空間．その時 V と W が J-equivalent であるとは G-表現空間 U が存在して $S(V \oplus U)$ と $S(W \oplus U)$ が同じ G-ホモトピー型をもつ時に言う。ここで $S(\cdots)$ は単位球面を示す。

表現環 $RO(G)$ の部分群 $T_G(*)$ を次で定義する

$$T_G(*) = \{ V - W \mid V \text{ と } W \text{ は } J\text{-equivalent} \}.$$

定義 7. $J_G(*) = RO(G) / T_G(*)$.

n を2以上の整数，$n = 2^k \cdot p_1^{r(1)} \cdots p_t^{r(t)}$ を素因数分解とする。Z_n で位数 n の巡回群 Z/nZ を表わす。その時 群 $J'_{Z_n}(*)$ を次のように定義する。

定義8. Case 1. $k \geqq 2$.

$$J'_{Z_n}(*) = Z \oplus Z_{2^{k-2}} \oplus \bigoplus_{i=1}^{t} Z_{(p_i^{r(i)} - p_i^{r(i)-1})}$$

Case 2. $k = 0$ or 1.

$$J'_{Z_n}(*) = Z \oplus \left\{ \bigoplus_{i=1}^{t} Z_{(p_i^{r(i)} - p_i^{r(i)-1})} \right\} / Z_2$$

ここで Z_2 の $\bigoplus_{i=1}^{t} Z_{(p_i^{r(i)} - p_i^{r(i)-1})}$ への入り方は

$$1 \longmapsto \bigoplus_{i=1}^{t} \frac{p_i^{r(i)} - p_i^{r(i)-1}}{2}$$

Gをコンパクト可換位相群．F_0をGのsubgroup Hで $G/H \cong S^1$ となるその全体からなるfamily．F_1をGのsubgroup Hで G/H：有限巡回群となるその全体からなるfamilyとする。その時我々は，次の構造定理を得る。

定理9. $J_G(*) \cong \mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}(F_0) \oplus \bigoplus_{H \in F_1} J'_{G/H}(*)$

ここで $\mathbb{Z}(F_0)$ は F_0 により生成される自由可換群を表わす。

系10. V, W : G-表現空間. その時 V と W が J-equivalent であることと $S(V)$ と $S(W)$ が同じ G-ホモトピー型をもつこととは同値である。

注意11. 系10は stable と unstable の間に差がないことを意味し全くの予想外である。